PV – present value – wartość bieżąca

wartość jednostki pieniężnej lub przepływów finansowych (wpływów lub wydatków), które zostaną zrealizowane/otrzymane w przyszłych okresach wyrażona w dzisiejszej sile nabywczej jednostek pieniężnych. Wartość ta jest mniejsza od przyszłych przepływów nominalnych z kilku powodów m.in. dlatego, że firma mogłaby je reinwestować, istnieje szereg czynników ryzyka, którymi obarczone są przyszłe przepływy finansowe itp.

FV – future value – wartość przyszła

wartość jednostki pieniężnej lub przepływów finansowych obliczona na określony termin w przyszłości. Wartość ta jest wyższa od wartości bieżącej dzięki zastosowaniu procentu składanego

n – liczba lat
m – liczba okresów kapitalizacji w ciągu roku – ile razy doliczane są odsetki do kwoty kapitału

PMT – renta roczna – stała roczna płatność

Renta wieczysta – stała płatność powielana w równych odstępach czasu do nieskończoności

DCF – metoda pozwalająca na obliczenie wartości bieżącej strumienia przepływów finansowych występujących w okresach przyszłych. Pozwala na porównanie przepływów o różnym rozłożeniu w czasie

Nominalna stopa procentowa – roczna stopa procentowa przy założeniu, że odsetki nie są kapitalizowane. Stopa ta nie jest skorygowana o inflację.

r_y – stopa inflacji rocznej
r_r – realna stopa procentowa – stopa procentowa skorygowana o inflację
r_e – efektywna stopa procentowa – stopa procentowa uwzględniająca efekty kapitalizacji
czynnik dyskonta – liczba <1 , koryguje wartość przyszłą do wartości bieżącej

obligacja – papier wartościowy o terminie płatności dłuższym niż 1 rok, dokumentujący zaciągnięcie długu (dłużny papier wartościowy)

Co to jest wartość przyszła pieniądza ?

Czy 100 PLN otrzymane dzisiaj jest warte tyle samo co 100 PLN otrzymane za rok ?
Nie z uwagi na :
- spadek siły nabywczej pieniądza (inflacja)
- ryzyko
- koszt utraconych korzyści
- preferowanie przez ludzi konsumpcji dzisiaj zamiast jutro

Wartość przyszła pieniądza to wartość dzisiejszej kwoty w określonym dniu w przyszłości, przy założeniu że kwota ta zostanie zainwestowana przy danej stopie procentowej.

Wartość przyszła pieniądza – jak to obliczyć ? (1)
Załóżmy, że zdysponowaliśmy 100 PLN na rok na rachunku bankowym , który daje 10 % odsetek rocznie. Ile będziemy mieli na rachunku po roku ?

Odp. 110 zł

Jak to policzyliśmy ?
$100 + 10\% \cdot 100 = 110$

A co jeśli pieniądze składamy do banku na 2 lata ? Jaką kwotą będziemy dysponowali ?

To zależy:

- Jeżeli odsetki naliczane będą (dopisywane do kapitału) po 2 latach to wówczas nasz kapitał wynosi :
$100 + 2 \cdot 10\% \cdot 100 = 120$

- Jeżeli odsetki kapitalizowane są po roku, wówczas na naszym rachunku po dwóch latach będzie kwota :
$100 + 10\% \cdot 100 + 10\% \cdot 110 = 121$

Zad.

Wpłacono do banku kwotę 2000 PLN na okres 3 lat. Stopa procentowa wynosi 10%, a odsetki kapitalizowane są na koniec każdego roku. Jaki będzie stan konta po upływie 3 lat ?

Po roku : kapitał 2000, odsetki 200, razem 2200
Po dwóch latach : kapitał 2200, odsetki 220, razem 2420
Po trzech latach : kapitał 2420, odsetki 242, razem 2662

Przy kapitalizacji rocznej odsetek po upływie roku odsetki dopisywane są do kapitału i w drugim roku odsetki naliczane są od wyższej podstawy (od sumy kapitału i odsetek zarobionych w pierwszym roku), dzięki czemu w następnych okresach lokata przynosi większe odsetki. W przeciwieństwie do odsetek składanych inwestycja na procent prosty nie daje możliwości zarabiania odsetek od odsetek

Porównajmy przyrost 10-letniej inwestycji o wartości początkowej 100 PLN przy odsetkach prostych i odsetkach składanych (oprocentowanie równe 10 % w skali roku)

Przy rocznej kapitalizacji odsetek różnica między procentem składanym a prostym jest równa zeru, przy inwestycjach jednorocznych, jest niewielka przy inwestycjach dwuletnich, ale przy inwestycjach 10-letnich i dłuższych znacząca

Graficznie różnicą między procentem prostym a składanym można przedstawić następująco:

W finansach najczęściej mamy do czynienia z procentem składanym. Dlatego wszyscy zajmujący się finansami zakładają że zawsze jest mowa o procesie składanym przy rocznej kapitalizacji odsetek, chyba, że wyraźnie zaznaczono że chodzi o procent prosty.

<u>Wartość przyszła pieniądza – roczna kapitalizacja odsetek</u>

Wzór na liczenie wartości przyszłej sumy pieniędzy posiadanej dzisiaj przy założeniu, że sumę inwestujemy wg określonej stopy procentowej i odsetki kapitalizowane są raz do roku wygląda następująco :

$$FV = PV \cdot (1+r)^n$$

gdzie :
PV – present value – wartość obecna, suma początkowa na rachunku
r – stopa procentowa którą bank płaci rocznie dla naszego rachunku
n – liczba lat, na które inwestujemy pieniądz
FV future value wartość przyszła czyli suma końcowa na rachunku po n latach
Przykład: Ile będziemy mieli na koncie po dwóch latach przy inwestycji 100 PLN przy 10% stopie procentowej i rocznej kapitalizacji odsetek ?

$FV = PV\cdot (1+r)^n = 100\cdot (1+0,1)^2 = 100\cdot 1,21 = 121$

To samo zadanie rozwiązane przy założeniu, że mamy do czynienia z inwestycjami na procent prosty (odsetki nie są kapitalizowane w trakcie trwania lokaty) wygląda następująco:

$FV = 100\cdot (1+2\cdot 0,1) = 100\cdot 1,2 = 120$

<u>Wartość obecna – czyli ile warte jest dziś 100 PLN otrzymane za rok.</u>
Jest to zagadnienie odwrotne do wartości przyszłej.
Należy określić ile warta jest dziś duma pieniędzy otrzymana po n latach przy inwestowaniu według stopy procentowej r i rocznej kapitalizacji odsetek.
Wartość obecną (zaktualizowaną) wypłaty odsuniętej w czasie można obliczyć mnożąc jej wielkość przez czynnik dyskonta, który jest mniejszy od 1. Czynnik dyskonta przy założeniu rocznej kapitalizacji odsetek wyrażony jest wzorem :

$$\text{czynnik dyskonta} = \frac{1}{(1+r)^n}$$

A zatem wartość obecną pieniądza wyraża się wzorem :

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^n}$$

Zad.

Jaką kwotę należy zdeponować w banku na 10% aby po 3 latach wzrosła ona do 1000 PLN jeśli kapitalizacja odsetek następuje co roku ?

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^n} = \frac{1000}{(1-0,1)^3} = \frac{1000}{1,331} = 751,31$$

Wartość przyszła pieniądza – kapitalizacja odsetek częściej niż raz w roku

A co jeśli kapitalizacja jest częściej niż raz w roku ?
Wówczas stopę procentową dzielimy przez liczbę kapitalizacji w ciągu roku, a liczbę okresów mnożymy przez liczbę kapitalizacji w ciągu roku

$$FV = PV \cdot (1+\frac{r}{m})^{n \cdot m}$$

gdzie:
m – liczba kapitalizacji w ciągu roku

Zad.

100 PLN wkładamy na lokatę bankową na 2 lata. Jeżeli założymy, że oprocentowanie wynosi 10% w skali roku a odsetki kapitalizowane są 2 razy do roku , jaką kwotą będziemy dysponowali na koniec 2-go roku ?

$$FV = PV \cdot (1+\frac{r}{m})^{n \cdot m} = 100 \cdot (1+\frac{0,1}{2})^{2 \cdot 2} = 100 \cdot (1+0,05)^4 = 100 \cdot 1,2155 = 1215,50$$

W przypadku kapitalizacji odsetek częściej niż raz w roku wartość obecną liczymy ze wzoru :

$$PV = FV \cdot (1+\frac{r}{m})^{n \cdot m}$$

gdzie:
m – liczba kapitalizacji w ciągu roku

Zad.

Inwestor chce po 4 latach otrzymać 100 PLN, inwestując w lokatę bankową> jeżeli bank oferuje lokatę oprocentowaną 8% w skali roku, a odsetki kapitalizowane są półrocznie, ile należy zainwestować w tym banku ?

Zad.

Dwa banki A i B oferują lokaty oprocentowane na 10% w skali roku, przy czym bank A stosuje roczną kapitalizację odsetek, a bank B kwartalną kapitalizację odsetek.
Ile po 3 latach przyniesie suma 100 zainwestowana w każdym z banków ?

Rozwiązanie

Bank A :

$$FV = PV(1+r)^n = 133{,}1$$

Bank B

$$PV = FV \cdot (1+\frac{r}{m})^{n \cdot m} = 100 \cdot (1+\frac{0{,}1}{4})^{3 \cdot 4} = 100 \cdot 1{,}345 = 134{,}5$$

<u>Efektywna stopa procentowa – procent składany</u>

Nominalna stopa procentowa oferowana przez bank B wynosi 10%, jednak dzięki stosowaniu kwartalnej kapitalizacji odsetek stopa którą oferuje bank B jest w istocie wyższa niż 10%]. Stopą uwzględniającą częstotliwość kapitalizacji odsetek nazywamy efektywną stopą procentową.

Efektywna stopa procentowa wyraża się następującym wzorem :

$$r_e = (1+\frac{r}{m})^m - 1$$

gdzie
r_e – efektywna stopa procentowa

Zad

Dwa banki A i B oferują lokaty oprocentowane na 10 % w skali roku przy czym bank A stosuje roczną kapitalizację odsetek, a bank B kwartalną kapitalizację odsetek. Jaka jest efektywna stopa procentowa każdej z lokat ?

Rozwiązanie

Bank A

$$r_e = (1+\frac{r}{m})^m - 1 = (1+\frac{0{,}1}{1})^1 - 1 = 1{,}1 - 1 = 0{,}1 = 10{,}00\%$$

Bank B

$$r_e = (1+\frac{r}{m})^m - 1 = (1+\frac{0{,}1}{4})^4 - 1 = 1{,}1038 - 1 = 0{,}1 = 10{,}38\%$$

Przy danej stopie nominalnej im częstsza kapitalizacja odsetek tym większa efektywna stopa procentowa.

Zad.

Efektywna roczna stopa procentowa może być użyta do określania rzeczywistego kosztu kredytu. Nie zależy ona od kwoty zaciągniętego kredytu oraz czasu jego trwania (uwzględnia natomiast częstość płacenia odsetek). Znajomość efektywnej (rzeczywistej) rocznej stopy oprocentowania kredytu umożliwia dokonanie wyboru takiego banku, w którym koszt zaciągniętego kredytu jest najniższy.

Który z banków oferuje lepsze warunki do zaciągnięcia kredytu jeśli w banku A roczna stopa oprocentowania wynosi 16% a odsetki należy płacić co kwartał, w banku B oprocentowanie kredytu wynosi 16,2% a odsetki należy płacić co pół roku

Rozwiązanie

Bank A

$$r_e = (1+\frac{r}{m})^m - 1 = (1+\frac{0,16}{4})^4 - 1 = 1,1699 - 1 = 0,1699 = 16,99\%$$

Bank B

$$r_e = (1+\frac{r}{m})^m - 1 = (1+\frac{0,162}{2})^2 - 1 = 1,1686 - 1 = 0,1686 = 16,86\%$$

Efektywny koszt kredytu jest niższy w banku B, stąd bank ten oferuje lepsze warunki kredytu w porównaniu z bankiem A.

Nominalna a realna stopa procentowa

Zależność między nominalną a realną stopą procentową przedstawia wzór zwany wzorem Fishera :

$$1 + r = (1 + r_r) \cdot (1 + r_i)$$

gdzie:
r – nominalna stopa procentowa
r_r – realna stopa procentowa
r_i – stopa inflacji
Po przekształceniu wzór przybiera postać :

$r = r_r + r_i + r_r \cdot r_i$

Na rozwiniętych rynkach finansowych wartości realnej stopy procentowej i stopy inflacji nie są duże, co oznacza, że trzeci składnik wzoru ($r_r \cdot r_i$) można pominąć. Daje to często w praktyce stosowaną zależność, według której realna stopa procentowa jest równa (w przybliżeniu) nominalnej stopie procentowej minus stopa inflacji.

Stopy procentowe krótkie podsumowanie:

Podsumowując możemy wyróżnić 3 rodzaje stóp procentowych :
- stopę nominalną
- realną
- efektywną

Nominalna stopa procentowa – inaczej zwana też umowną lub deklarowaną stopą procentową jest to roczna stopa procentowa przy założeniu rocznej kapitalizacji odsetek, tj. odsetki dopisywane są do kapitału raz w roku

Realna stopa procentowa – jest to w przybliżeniu różnica między nominalną stopą procentową a stopą inflacji

Efektywna stopa procentowa – stopa uwzględniająca częstotliwość kapitalizacji odsetek w ciągu roku.

Przy założeniu, że w gospodarce występuje inflacja oraz że kapitalizacja odsetek zachodzi częściej niż raz w do roku zachodzi zależność:

stopa efektywna > stopa nominalna > stopa realna